

金門地區第 58 屆中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：數字黑洞追追追

關 鍵 詞：(最多 3 個)黑洞數 數學魔術 規律性

編 號：

摘要

在參加數學營時體驗到許多特別的數學遊戲，其中一個數學魔術令我們印象深刻，深入研究與探討後發現這魔術竟然還可以繼續做下去，然後出現另一個令人驚奇的結果。本次研究除了讓我們發現黑洞數的奇妙之處，在計算的過程中也慢慢讓我們思考負數與排列組合的概念。

壹、 研究動機

在參加數學營後，我們都對活動過程中的數學遊戲十分感興趣，其中一個是從 10 到 99 之間挑一個數字，把它和顛倒順序的自己相減的魔術，我們在體驗過一次這個簡單卻又神奇魔術後，老師把部分同學做出來的算式排在一起，一開始同學完全不明白這麼做的意思，仔細觀察一下後就驚訝的發現，這些原本看起來沒有關係的算式居然可以看成一個接著一個做同樣數字魔術的接龍，於是我們開始好奇，如果再繼續把這條接龍算下去，到底會出現甚麼結果？

貳、 研究目的

- 一、 找出任意二位數，重新排成最大數與最小數後，把兩數相減得到的答案再重新排成最大數與最小數並相減，一直做到出現重複答案的關係
- 二、 驗證全部二位數是不是都有出現重複答案的情況
- 三、 找出三位數是不是也有同樣的情形
- 四、 驗證全部三位數是不是都有出現重複答案的情況
- 五、 根據其中的過程，觀察是否有任何規律

參、 研究設備及器材

- 一、 紙筆：簡單且容易使用的工具，隨時隨地方便寫下計算過程與其中可能的任何發現。
- 二、 計算機：由於要做長時間冗長的計算，我們常常一不小心就算錯，而且可能還找不出來哪裡有錯，只好整個步驟再算一次，所以使用計算機，來減少計算上出現的錯誤。

肆、 研究過程或方法

- 一、 大減小算法：

對任何一個二位數字，把它的數字重新排成最大的數字，以及最小的數字，例如：數字 175，重新排列成最大的數字是 751，最小的數字是 157，然後把這兩個數字相減，得到新的數字，稱為「大減小算法」，而算出來的新的數字則是大減小算法的答案。



二、 全部二位數驗證：

因為二位數的數字不多，因此可以直接全部驗證。

三、 全部三位數驗證：

三位數的數字相較二位數還要多，如果要直接驗證會花上不少時間，所以需要先想辦法減少不必要的數字驗證，也就是要先找出會排列出相同大小數的數字，對於這些數字，只要驗證一次，就等於相同排列的數字都驗證過了，減少在驗證時額外花費的時間。

四、 全部三位數組合：

在驗證數字 978 的時候發現計算過程和結果與 987 的過程和結果一模一樣，再進一步驗證數字 897、879、798、789，發現這一組數字的計算過程與結果也都是一模一樣的，我們又再找另一組「數字相同但排列順序不同」的數字來驗證，發現這一組數字的計算過程與結果也是一模一樣，

伍、 研究結果

一、 在計算二位數的大減小算法後發現幾件事：

(一)、除了 11、22、33、44、55、66、77、88、99，這些由相同數字組成的二位數之外，其餘所有二位數進行一次大減小算法後得到的結果必定是 9 的倍數。

(二)、承上，11、22、33、44、55、66、77、88、99 這些數字因為都是由一樣的數字組成的，所以能組成的最大數與最小數是一樣的，相減之後都會是 0，因此在之後的計算上全部忽略「由同一個數字組成的數」。

11	$11 - 11 = 00$	22	$22 - 22 = 00$
33	$33 - 33 = 00$	44	$44 - 44 = 00$
55	$55 - 55 = 00$	66	$66 - 66 = 00$
77	$77 - 77 = 00$	88	$88 - 88 = 00$
99	$99 - 99 = 00$	00	$00 - 00 = 00$

(三)、接著發現，任意二位數，在做了 6 次、最多 7 次大減小算法後，一定會算出在前 5 次大減小算法時出現過的答案，意思就是對於不同數字組合的二位數，進行 6 或 7 次大減小算法後，必會出現相同的答案。

02	1. $20 - 02 = 18$ 2. $81 - 18 = 63$ 3. $63 - 36 = 27$ 4. $72 - 27 = 45$ 5. $54 - 45 = 09$ 6. $90 - 09 = 81$ 7. $81 - 18 = 63$	45	1. $54 - 45 = 09$ 2. $90 - 09 = 81$ 3. $81 - 18 = 63$ 4. $63 - 36 = 27$ 5. $72 - 27 = 45$ 6. $54 - 45 = 09$
37	1. $73 - 37 = 36$ 2. $63 - 36 = 27$ 3. $72 - 27 = 45$ 4. $54 - 45 = 09$ 5. $90 - 09 = 81$ 6. $81 - 18 = 63$ 7. $63 - 36 = 27$	87	1. $87 - 78 = 09$ 2. $90 - 09 = 81$ 3. $81 - 18 = 63$ 4. $63 - 36 = 27$ 5. $72 - 27 = 45$ 6. $54 - 45 = 09$

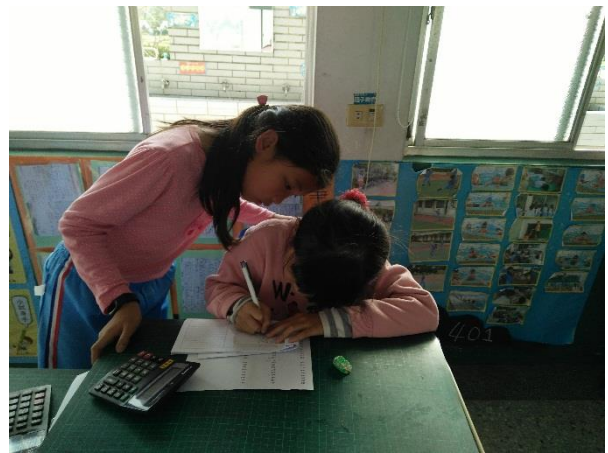
(四)、我們仔細觀察計算過程後，又發現全部重複出現的大減小算法的答案，只會有 09、81、63、27、45，一共 5 個答案，接著又發現這 5 個答案也全部出現在兩次重複出現的答案之間的 4 次大減小算法，並且得到答案 09 的下一個大減小算法的答案必定是 81，下一個必定是 63，接著 27、45，最後又會回到 09，也就是說，二位數大減小算法最後的答案，一定會在 09、81、63、27、45、09 的循環之中。

10	$10 - 01 = 09 \rightarrow$	09	$90 - 09 = 81 \downarrow$
90	$90 - 09 = 81 \rightarrow$	81	$81 - 18 = 63 \downarrow$
70	$70 - 07 = 63 \rightarrow$	63	$63 - 36 = 27 \downarrow$

25	$52 - 25 = 27 \rightarrow$	27	$72 - 27 = 45 \downarrow$
38	$83 - 38 = 45 \rightarrow$	45	$54 - 45 = 09 \downarrow$
		09	$90 - 09 = 81$

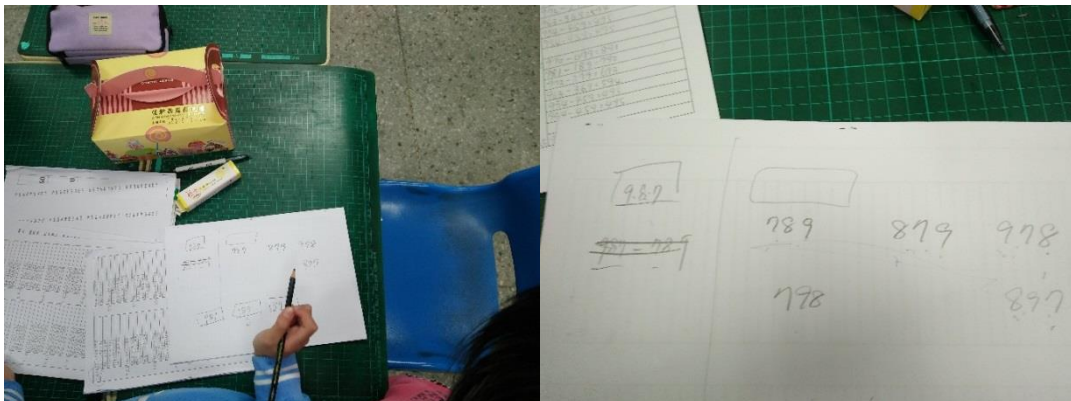
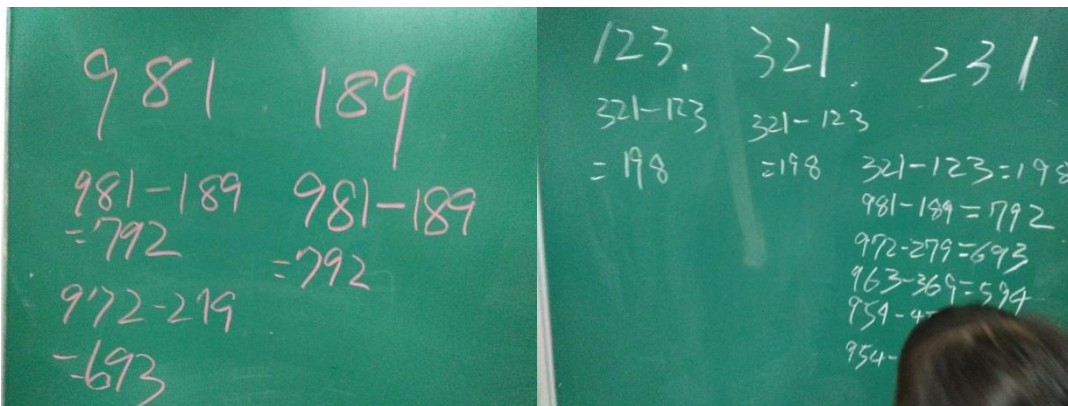
二、在計算三位數的大減小算法後發現幾件事：

(一)、同學在計算 978 時，發現得出的計算過程與答案，和 987 都是一模一樣的，在觀察過兩者的計算過程後，發現因為 987 與 978 是以相同的三個數字組成，只是排列順序不同而已，所以兩個數字找出的最大數都是 987，最小數都是 789，因此之後的計算過程與最後得出的答案會是一樣的，同理可得 897、879、798、789 也會是同樣的計算過程與答案，代表我們只要算過 987 後，其餘的 5 個數字就可以忽略不去計算，因為過程與結果都會是一樣的，所以雖然要驗證 001 到 999 全部的三位數，可以忽略掉其中出現「同樣數字組合但不同順序排列」的數字，而不用全部 999 個數字都去驗證一次。



987	$987 - 789 = 198$	879	$987 - 789 = 198$
	$981 - 189 = 792$		$981 - 189 = 792$
	$972 - 279 = 693$		$972 - 279 = 693$
	$963 - 369 = 594$		$963 - 369 = 594$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$

	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
978	$987 - 789 = 198$	798	$987 - 789 = 198$
	$981 - 189 = 792$		$981 - 189 = 792$
	$972 - 279 = 693$		$972 - 279 = 693$
	$963 - 369 = 594$		$963 - 369 = 594$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
897	$987 - 789 = 198$	789	$987 - 789 = 198$
	$981 - 189 = 792$		$981 - 189 = 792$
	$972 - 279 = 693$		$972 - 279 = 693$
	$963 - 369 = 594$		$963 - 369 = 594$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$



774	$774 - 477 = 297$	477	$774 - 477 = 297$
	$972 - 279 = 693$		$972 - 279 = 693$
	$963 - 369 = 594$		$963 - 369 = 594$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
	$954 - 459 = 495$		$954 - 459 = 495$
747	$774 - 477 = 297$		
	$972 - 279 = 693$		
	$963 - 369 = 594$		
	$954 - 459 = 495$		
	$954 - 459 = 495$		

(二)、計算了幾個三位數後，我們發現這幾個三位數使用數次大減小算法後，得到重複出現的答案都是 495，與二位數有數字循環的情況不同的是，495 無論接下來做多少次大減小算法，得到的答案都是 495。

(三)、接著我們開始分工合作，把全部三位數都做一次大減小算法，發現除了 111、222、333、444、555、666、777、888、999 這一組由完全相同的三個數字組成的三位數外，其他全部三位數在使用大減小算法的最後答案都是 495。

029	$920 - 029 = 891$	550	$550 - 055 = 495$
	$981 - 189 = 792$		$954 - 459 = 495$
	$972 - 279 = 693$		
	$963 - 369 = 594$		
	$954 - 459 = 495$		
	$954 - 459 = 495$		

467	$764 - 467 = 297$	828	$882 - 288 = 594$
	$972 - 279 = 693$		$954 - 459 = 495$
	$963 - 369 = 594$		$954 - 459 = 495$
	$954 - 459 = 495$		
	$954 - 459 = 495$		
146	$641 - 146 = 495$	123	$321 - 123 = 198$
	$954 - 459 = 495$		$981 - 189 = 792$
			$972 - 279 = 693$
			$963 - 369 = 594$
			$954 - 459 = 495$
			$954 - 459 = 495$

(四)、另外還發現，用大減小算法做出來的答案，一定是 9 的倍數，這個現象在二位數的大減小算法中也有出現。

陸、 討論

一、 數字相減 V.S. 大數減小數：我們一開始做大數減小數的算法時，不太能了解老師們一直說的「最大數減最小數」的說法，因為我們沒有負數的概念，所以我們認為，「相減」就是拿比較大的數字減掉比較小的數字。

二、 相同組合但不同排列的數字：在計算 987 與 978 後，發現兩個數字的大減小算法的計算過程與答案都是一模一樣的，因為這兩個三位數都是由 9、8、7 三個數字組成的，只是排列方式不一樣，因此同學又想到 897、879、798、789 這四個一樣由 9、8、7 組成的三位數是不是也有一樣的計算過程與答案，驗證之後發現果然沒錯，6 個三位數的計算過程與答案都是一樣的，接著又另外找了幾組數字驗證看看，結果也都是一樣，這讓我們發

現，對於大減小算法來說，「相同數字組合但不同順序排列」的數字做出來的結果都會是一樣的，所以只要把三位數全部的數字組合找出來驗證，就等於全部三位數都可以驗證到了。

三、大減小算法的答案都是 9 的倍數：我們發現不論是在二位數中做大減小算法，或是在三位數中做大減小算法，算出來的答案都是 9 的倍數，所以我們去請教了校長，校長告訴我們，在二位數的排列裡，大數會排在十位數，所以是原來的十倍再去減放在個位數的大數，會是大數的九倍，小數剛好相反，所以結果會是大數的九倍減小數的九倍，也就是 $9 \times (\text{大數} - \text{小數})$ ，所以會變成 9 的倍數；而三位數會變成 $99 \times (\text{大數} - \text{小數})$ ，也是 9 的倍數。

柒、 結論

一、對所有二位數字中，由不同數字組成的二位數，做一次大減小算法後得到的答案必定是 9 的倍數，而如果再把答案繼續用大減小算法做下去，第七次大減小算法內一定會出現第一個重複出現的答案，並且必定是 09、81、63、27、45 五個數字的其中一個，在這兩個同樣的答案之間的 4 次大減小算法的答案必定是另外四個答案，且 6 次答案的先後順序會與 $09 \rightarrow 81 \rightarrow 63 \rightarrow 27 \rightarrow 45 \rightarrow 09$ 的循環一樣，就好像掉進一個中心像黑洞的漩渦之中。

二、對所有三位數中，由不完全相同數字組成的三位數，做一次大減小算法後得到的答案必定是 9 的倍數，而如果再把答案繼續用大減小算法做下去，最多七次大減小算法內一定會出現第一個重複出現的答案，並且必定是 495，而 495 無論做多少次大減小算法，得到的答案都只會是 495，就好像掉進了黑洞之中。

三、最後我們隨意拿了幾個四位數來做大減小算法，做出來的答案都是 6174，因此我們預測 6174 就是四位數的黑洞數。

四、最後經過我們上網搜尋其他相關資料後，可以發現不管幾位數字，都會落入相同的循環之中，比如四位數的結果是 6174、五位數則會形成 71973、82962、53955 三組循環，

就像是掉進黑洞的漩渦裡。

捌、參考資料及其他

一、教育部臺灣省國民學校教師研習會（民 91）。整數的數概念與加減運算。台北縣

二、教育部臺灣省國民學校教師研習會（民 91）。整數的乘除運算。台北縣

三、國立教育研究院籌備處（民 91）。整數的數量關係。台北縣

四、康軒文教事業（民 94）。國小數學第 11 冊。台北縣

五、數學怎樣跌進「黑洞」（民 106 年 2 月 1 日）。每日頭條。取自：

<https://kknews.cc/education/mgvbabp.html>

六、黑洞數（民 107 年 1 月 29 日）。維基百科。取自：

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BB%91%E6%B4%9E%E6%95%B8>