

目錄

摘要.....	1
壹、研究動機.....	2
貳、研究目的.....	3
參、研究設備及器材.....	3
肆、研究過程.....	4
伍、研究結果.....	5
陸、討論.....	13
柒、結論.....	16
捌、參考資料及其他.....	17

作品名稱：向左走向右走_鬼腳圖探索

摘要

本研究試圖瞭解「鬼腳圖向左走向右走」的情境，嘗試找出「鬼腳圖」使用的特性是否具備唯一性與可簡化性。唯一性，意即「鬼腳圖」中鉛直線的兩端點，經由水平線的走法後，皆可以完成一對一相對應的情況。簡化性，依據鬼腳圖的走法規則，找出水平線的數量是影響鬼腳圖走法步驟重點，因此利用水平線的數量與兩線端點的交換性，簡化鬼腳圖。為了驗證本研究之目的，我們採用已知的數學概念進行探討，並利用電腦遊戲(monkey banana)來驗證了解鬼腳圖的使用規則，可以有效降低走鬼腳圖的所需的步驟，最後結論發現「鬼腳圖」的確具有唯一性與簡化的性質。

關鍵詞：鬼腳圖、函數

壹、研究動機

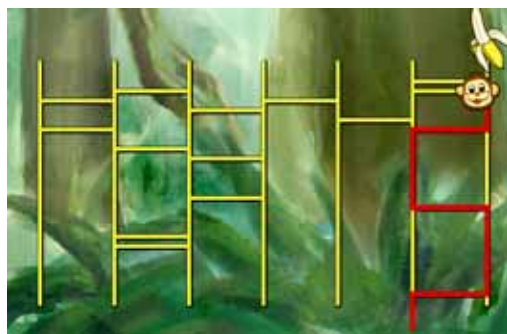
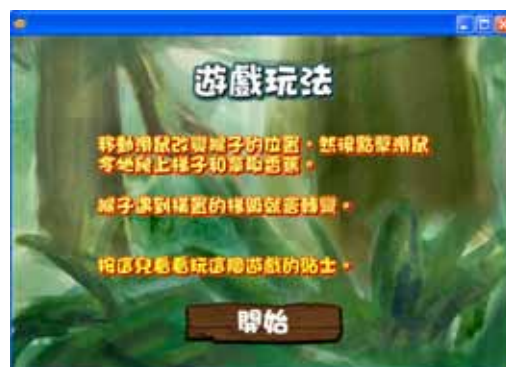
鬼腳圖是一種遊戲，在學校常被拿來當作抽籤的工具。鬼腳圖的使用方法為：首先畫多條直線，以直線的底端為起點，頂端為終點，終點處寫上抽籤的項目。然後在直線間任意畫一些橫線，但每條橫線不得穿越直線。最後每個人選一個起點開始往上走，一遇到橫線則沿著橫線走到隔壁的直線，最後到達終點就是抽籤所抽中的項目。在進行「鬼腳圖」的遊戲時，每個人都可以分配到不同的工作，不會有兩個人以上獲得同樣的結果，因此我們想了解為什麼不會有兩人得到同樣的結果。另外，我們也相當好奇在走「鬼腳圖」的過程，是否有快速走法，可以用最快速度抵達終點。另外函數的一對一性質亦可用來說明鬼腳圖一對一性質的情況，故可與國民中學數學課本第二冊，第二章直角座標平面與第四張線型函數及其圖型的單元結合運用。

貳、研究目的

- 一、研究鬼腳圖是否為唯一性。
- 二、研究鬼腳圖是否可以簡化。

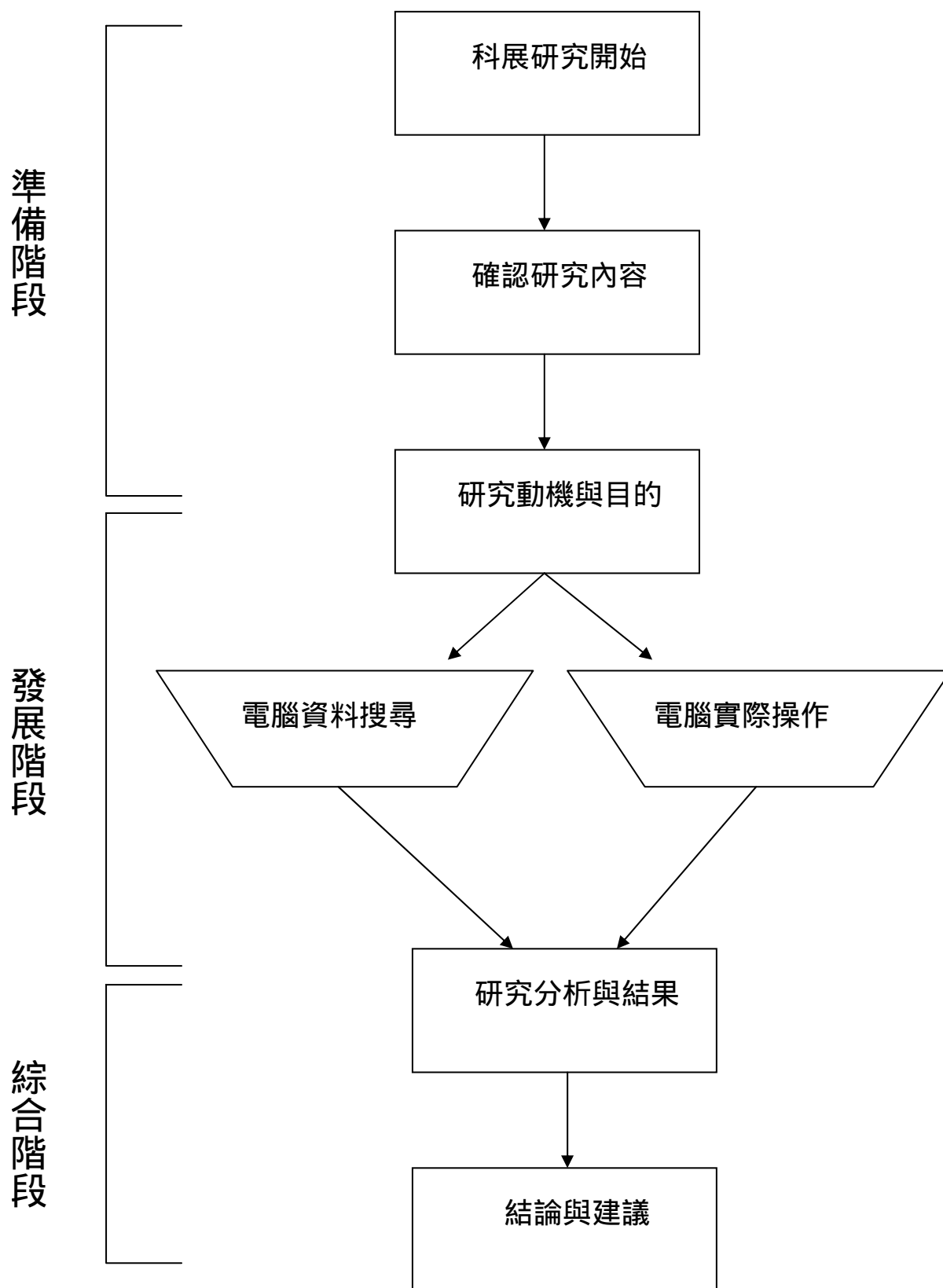
參、研究設備及器材

- 一、紙筆、電腦。
- 二、利用電腦遊戲(monkey banana)來試驗。



肆、研究過程

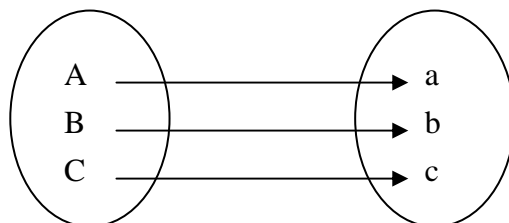
本研究過程如下圖所示。



伍、研究結果

一、鬼腳圖的數學原理與由來

- (一) 鬼腳圖：又稱畫鬼腳，在日本稱作阿彌陀籤，是一種遊戲，也是一種簡易決策方法，常被拿作抽籤或者決定分配組合。正因為鬼腳圖的起點與終點為一對一映成的關係，每個抽籤的項目只有一個人會抽到，而且每個抽籤的項目都一定會被抽到。所以有多人要抽籤決定一件事如何分配時，可以利用畫鬼腳圖決定。
- (二) 函數：設 x, y 是兩個變量，如果 y 的值是隨著 x 的值，依某一種對應法則 f 而唯一確定，那說 y 是 x 的函數，用記號 $y=f(x)$ 表示。在函數 $y=f(x)$ 中， x 叫自變數， y 則因 x 值而改變，所以 y 叫應變數。
- (三) 一對一函數：指的是變數與函數值之間恰好是一對一對應的關係，換句話說，不同的變數，其函數值也不同。

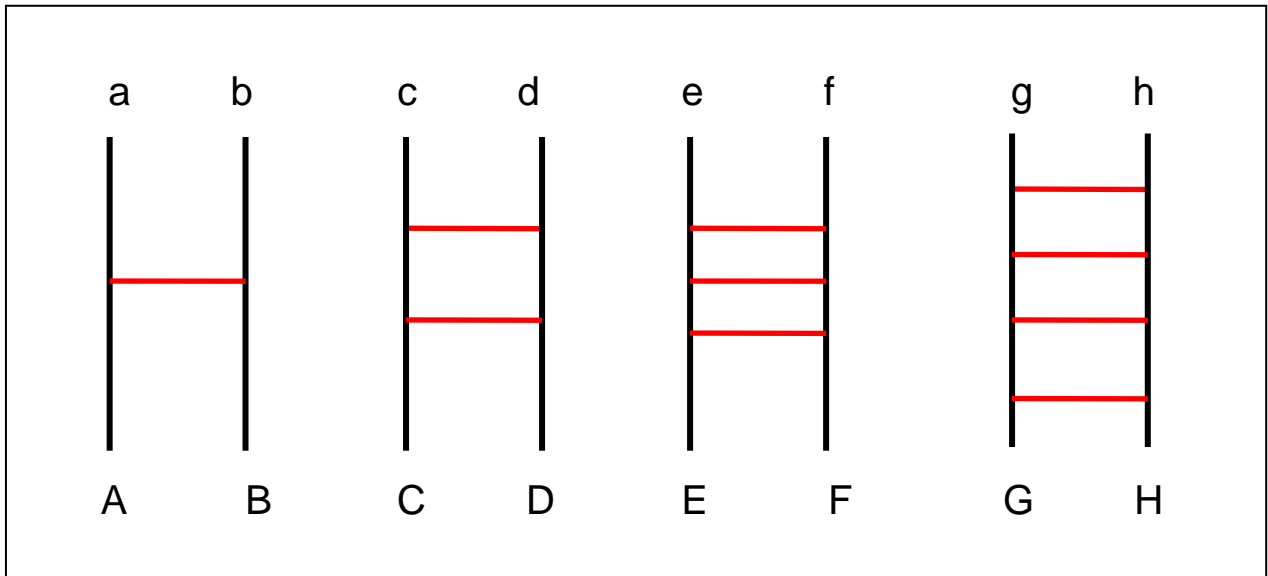


二、鬼腳圖的唯一性

為探討鬼腳圖恰為一對一的原因，我們利用電腦畫許多不同樣式的鬼腳圖，因組合模式有很多不同方式，本研究僅就兩條鉛直線，三條鉛直線，分別來探討鬼腳圖的對應情形。

(一) 兩條鉛直線的鬼腳圖模型探討

將兩條鉛直線，利用一到四條水平線連接，分別討論如下。



畫完鬼腳圖並實際於圖上走過後，我們發現在只有兩條直線構成的鬼腳圖中，不論中間有幾條連結線，一定會有一對一的情況。

1. (A b) ; (B a)

A 出發經過第一條線右轉結果到 b; B 出發經過第一條線左轉結果到 a。

2. (C c) ; (D d)

C 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉，結果到 c ; D 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線又轉，結果到 d。

3. (E f) ; (F e)

E 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉，再經過第三條線右轉，結果到 f ; F 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉，再經過第三條線左轉，結果到 e。

4. (G g) ; (H h)

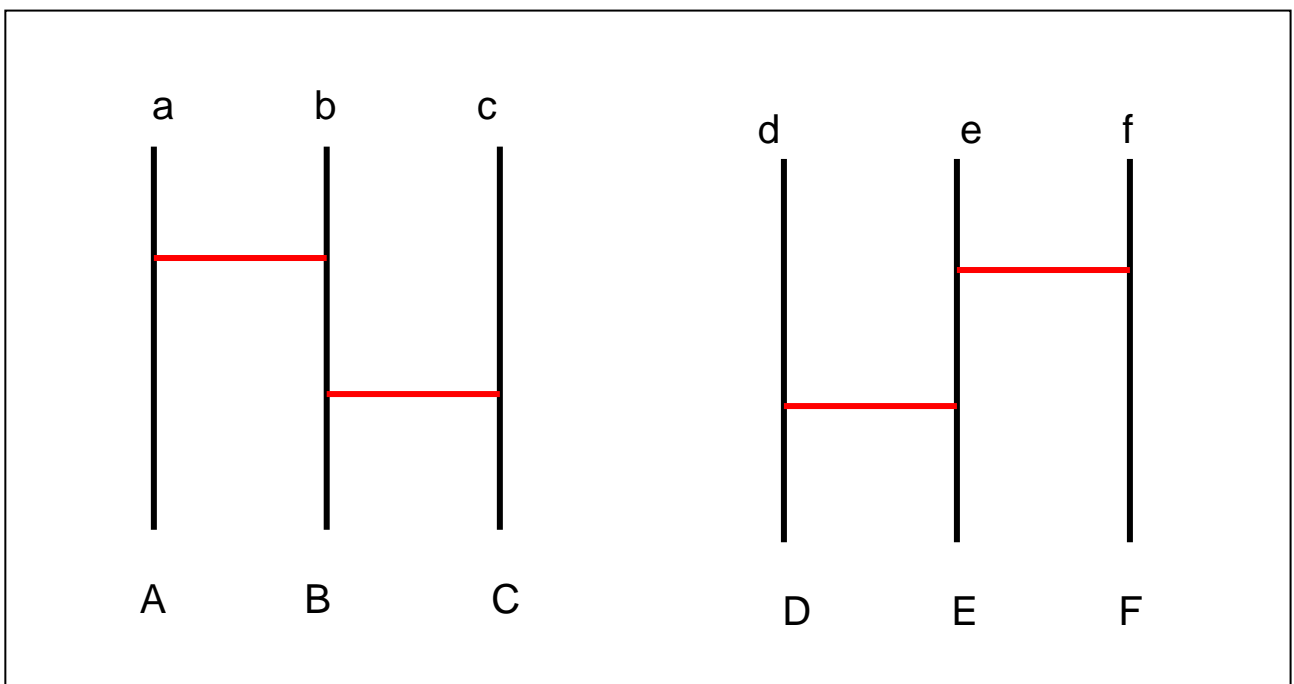
G 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉，再經過第三條線右轉，再經

過第四條線左轉，結果到 g；H 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉，再經過第三條線左轉，再經過第四條線右轉，結果到 h。

(二) 三條鉛直線的鬼腳圖模型探討

1. 探討水平線兩條的情況

將三條鉛直線，利用一到二條水平線連接，由於三條鉛直線用水平接連會因有水平線的位置不同，雖有不同結果，但仍是一對一的情況，分別討論如下。



(1) (A b) ; (B c) ; (C a)

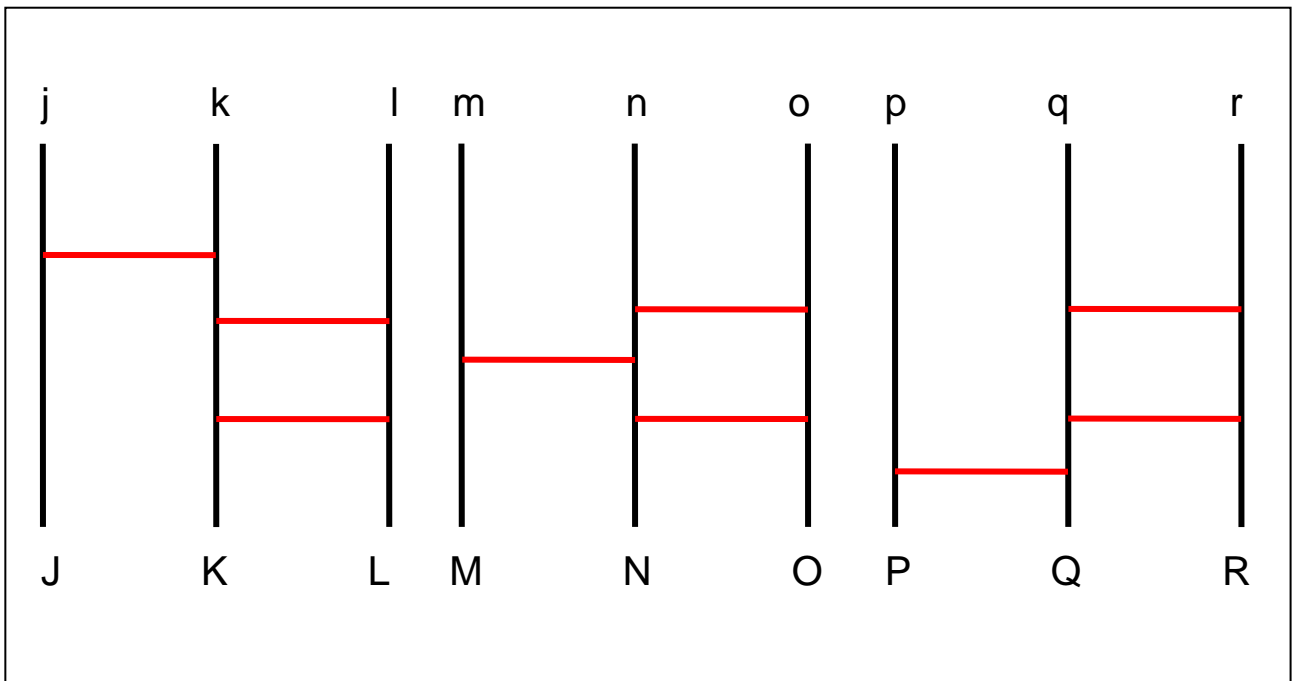
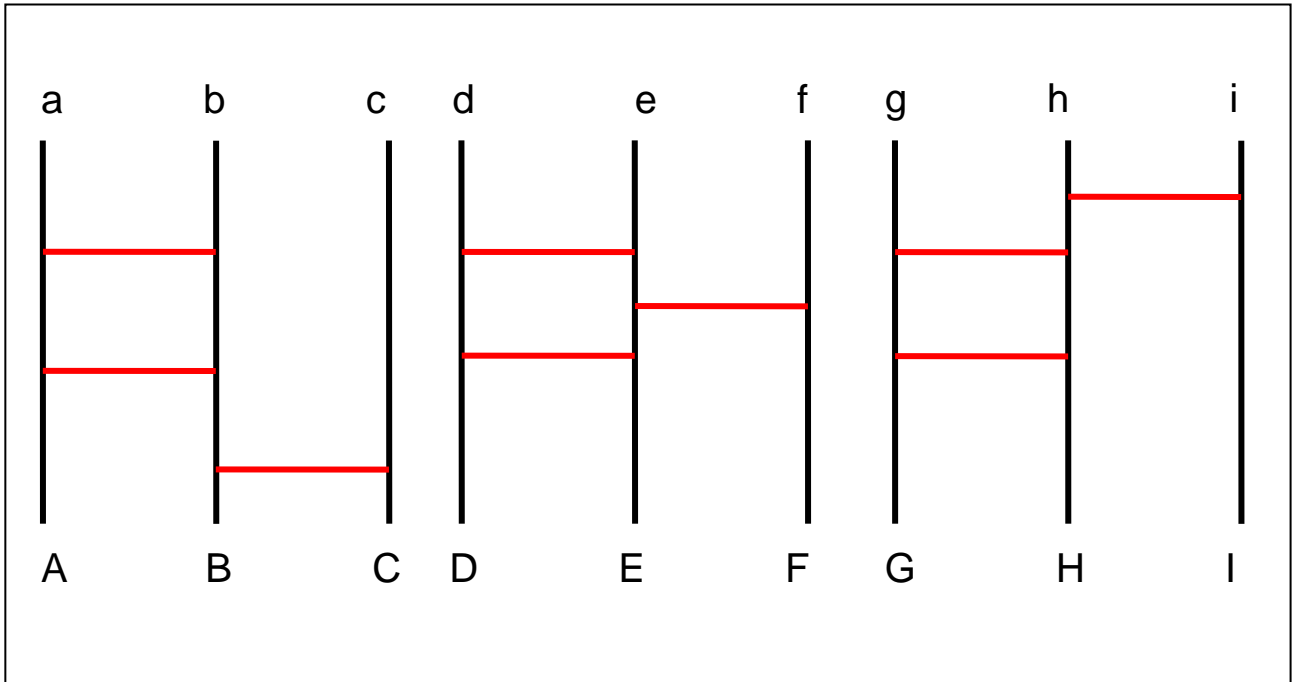
A 出發經過第一條線右轉結果到 b；B 出發經過第一條線右轉結果到 c；C 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線左轉結果到 a。

(2) (D f) ; (E d) ; (F e)

D 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線右轉結果到 f；E 出發經過第一條線左轉結果到 d；F 出發經過第一條線左轉，結果到 e。

2. 探討水平線三條的情況

本研究簡單將水平線三條的情況分成兩類模組，一為左邊兩條水平線右邊一條水平線(2,1)；另為左邊一條水平線一條水平線右邊兩條水平線(1,2)，如下圖所示。



(1)(A a) ; (B c) ; (C b)

A 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉結果到 a；B 出發經過第一條線右轉結果到 c；C 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線左轉，再經過第三條線右轉結果到 b。

(2)(D f) ; (E e) ; (F d)

D 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線右轉結果到 f；E 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉結果到 e；F 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線左轉結果到 d。

(3)(G g) ; (H i) ; (I h)

G 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉結果到 g；H 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉，再經過第三條線右轉結果到 i；I 出發經過第一條線左轉結果到 h。

(4)(J k) ; (K j) ; (L l)

J 出發經過第一條線右轉結果到 k；K 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉，再經過第三條線左轉結果到 j；L 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉結果到 l。

(5)(M o) ; (N n) ; (O m)

M 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線右轉結果到 o；N 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線左轉結果到 n；O 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線右轉結果到 m。

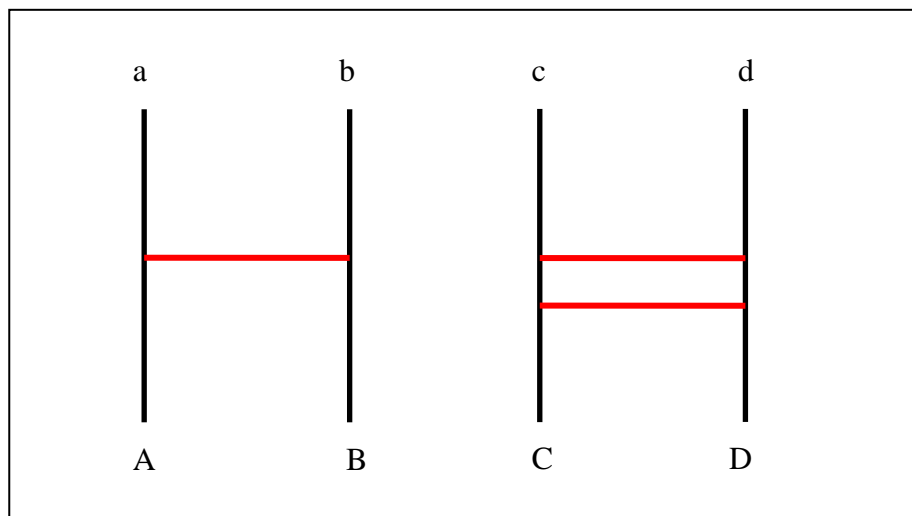
(6)(P q) ; (Q p) ; (R r)

P 出發經過第一條線右轉，再經過第二條線右轉，再經過第三條線左轉結果到 q; Q 出發經過第一條線左轉結果到 p; R 出發經過第一條線左轉，再經過第二條線右轉結果到 r。

三、鬼腳圖的簡化

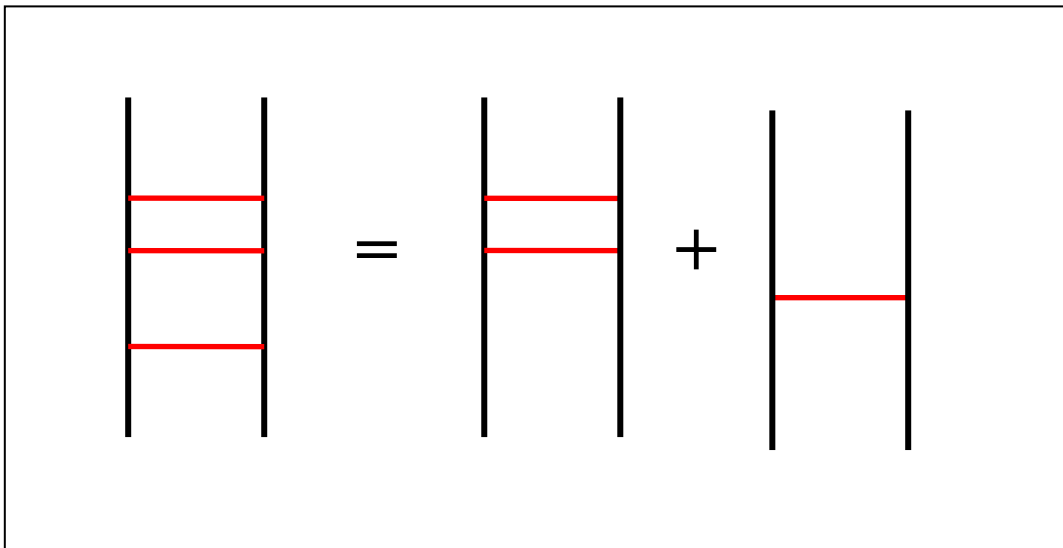
為探討鬼腳圖是否可以簡化，我們利用電腦畫許多不同樣式的鬼腳圖，分別來探討鬼腳圖的交換性質，進而發現簡化的方式。

(一) 探討兩條鉛直線鬼腳圖模型



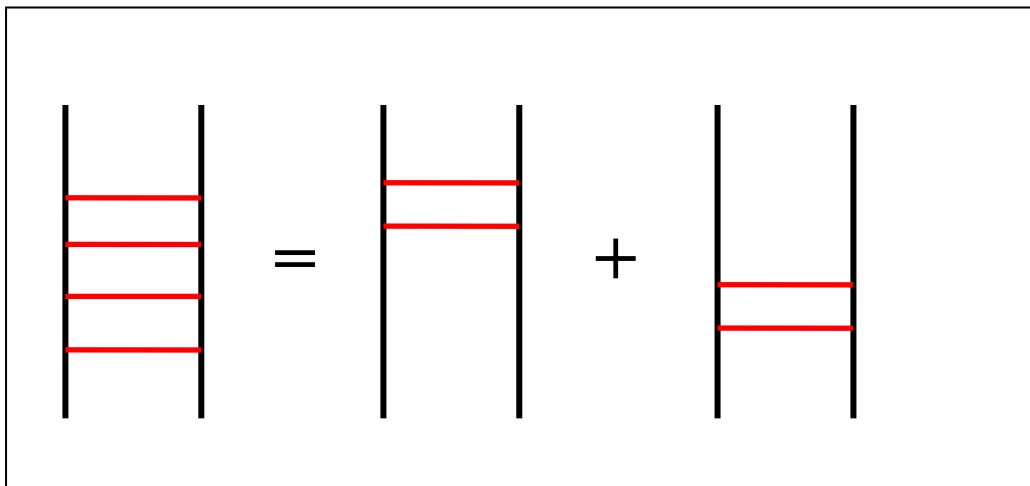
針對兩條鉛直線的鬼腳圖以一條水平線與兩條水平線來探討發現，一條水平線的模型，會使相鄰出發點結果相互交換(A b, B a)，兩條水平線的模型，因為相鄰出發點交換位置兩次導致交換取消，故又回到原本對應的位置(A a, B b)。

(二) 探討奇數條水平線鬼腳圖模型



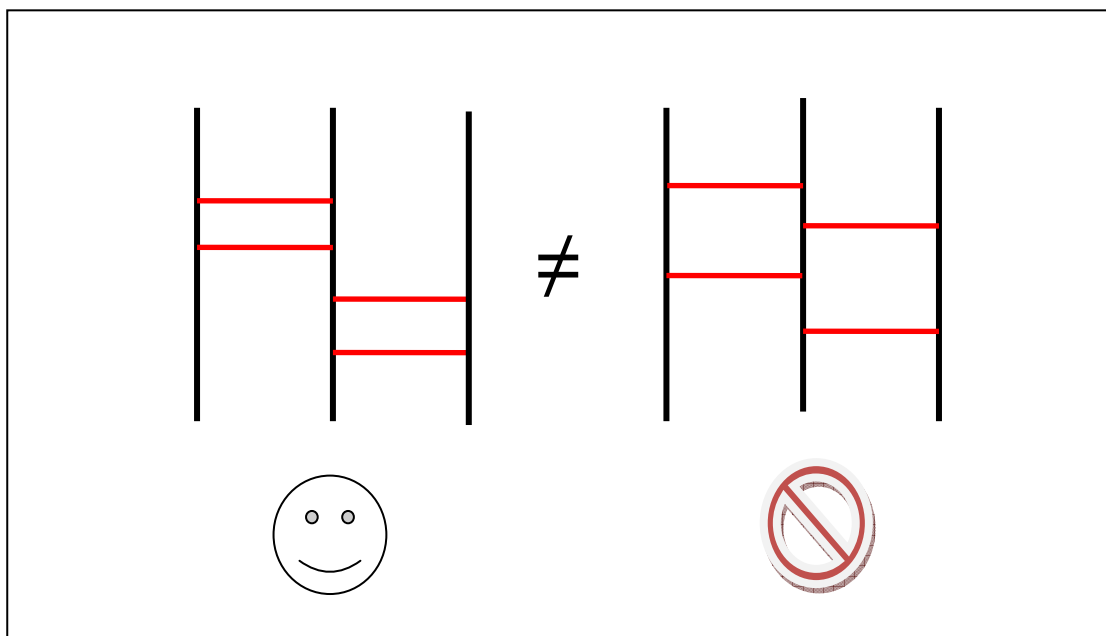
我們嘗試將有三條水平線的鬼腳圖，拆成 $2 + 1$ 的鬼腳圖模型，結果發現兩條水平線的模型因為對價的交換，所以會回歸到原本直線的終端，故可以省略不看，而一條水平線的模型，因為左邊換到右邊，右邊換到左邊，所以相鄰的出發點，正好交換位置，故可以歸納奇數條水平線的鬼腳圖模式，正好相互交換。

(三) 探討偶數條水平線鬼腳圖模型



我們嘗試將有四條水平線的鬼腳圖，拆成 $2 + 2$ 的鬼腳圖模型，結果發現兩條水平線的模型因為對價的交換，所以會回歸到原本直線的終端，故可以省略不看，等同沒有交換位置，故可以歸納偶數條水平線的鬼腳圖模式，正好可簡化成直接通過至終端。

在討論水平線數量時，我們有發現鬼腳圖的簡化規律，但要注意偶數條水平線的畫線情況，並非總數為偶數條水平線即為簡化模式，要確保兩條水平線中無任何水平線連接，才可以利用我們發現的簡化方式簡化鬼腳圖，如下圖所示。



四、鬼腳圖的實際操作

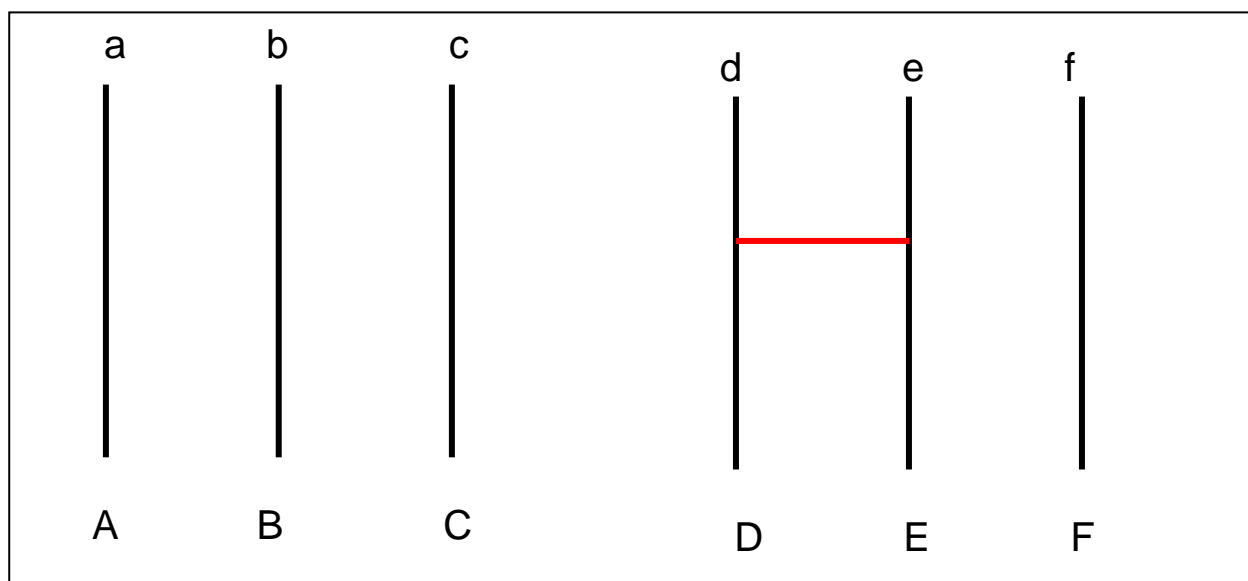
我們利用電腦遊戲(Monkey Banana)實際上操作鬼腳圖的步驟，是否有因了解其基本內涵與簡化方法，而縮短找尋答案的時間，從下表格可以了解，藉由了解鬼腳圖的意義，可以有效減短破解鬼腳圖的時間，表格分數是根據電腦遊戲過完 10 關後的累積得分，經過前後測比較，很明顯有效的提升遊戲分數。

	前測	後測
A 同學	25812	46102
B 同學	9766	40262
C 同學	7817	44459

陸、討論

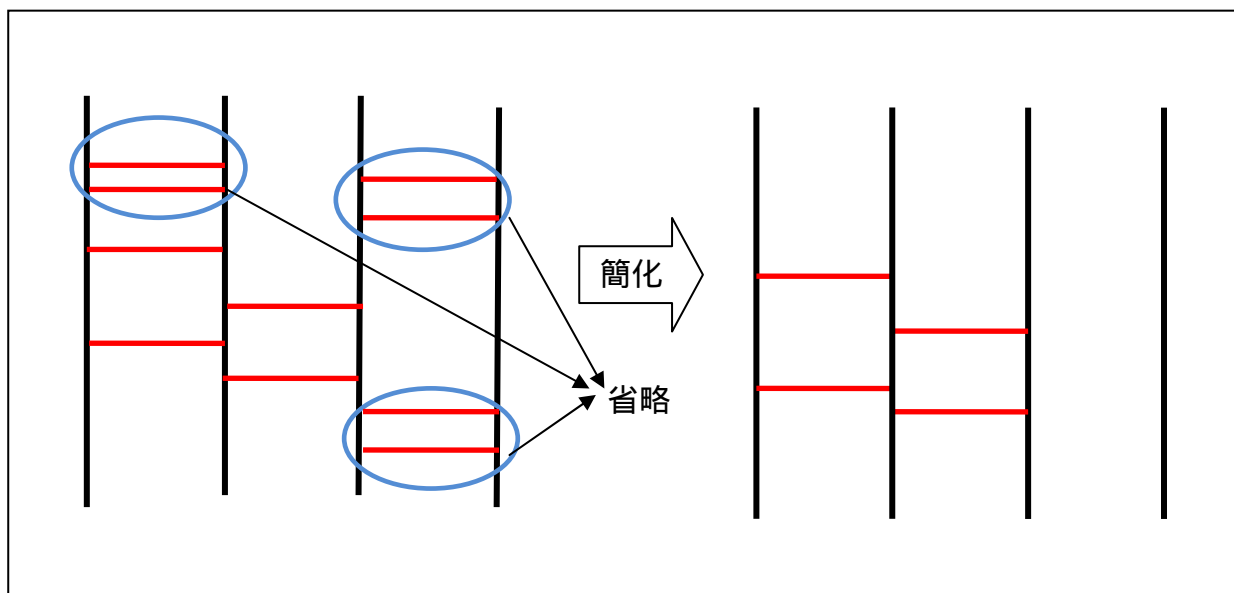
一、鬼腳圖是否具有唯一性？

根據上一章研究結果的探討，我們可以得知鬼腳圖是具唯一性的。如下圖所示，若三條鉛直線，無水平線連接，則呈現簡單的一對一關係(A a; B b; C c)，但三條鉛直線，其中有一條水平線連接，則可發現僅將相鄰的鉛直線的對應關係互調(D e; E d; F f)，因此，不論是如何複雜的鬼腳圖，其對應方式一定是一對一的關係。

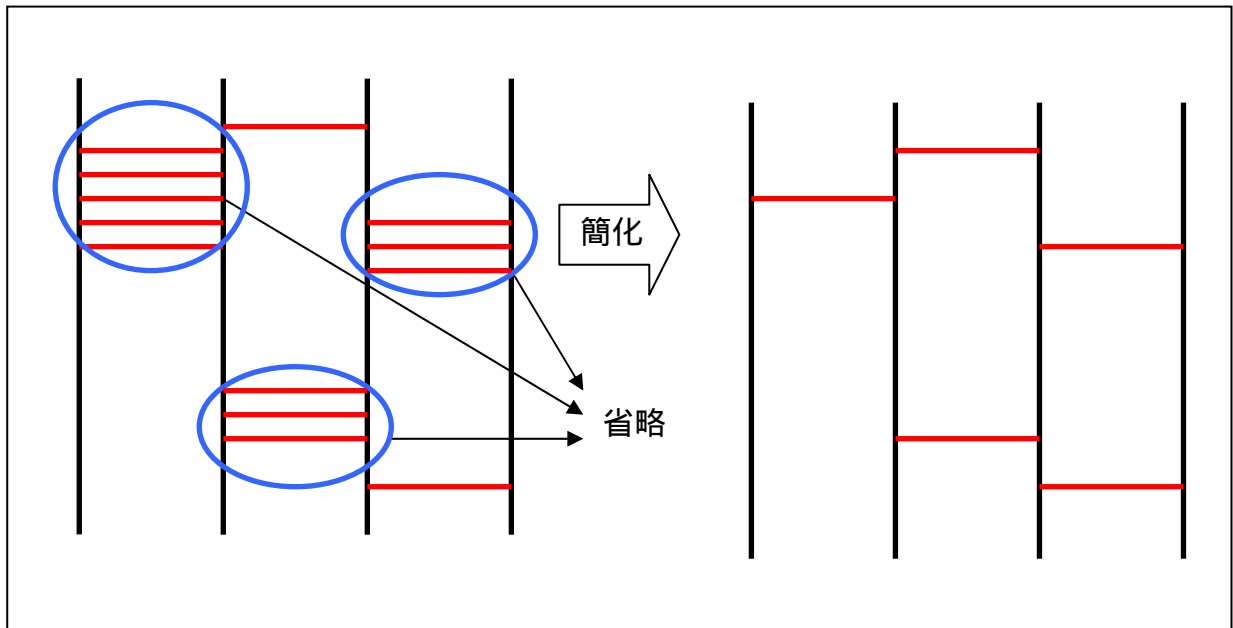


二、鬼腳圖是否可以簡化？

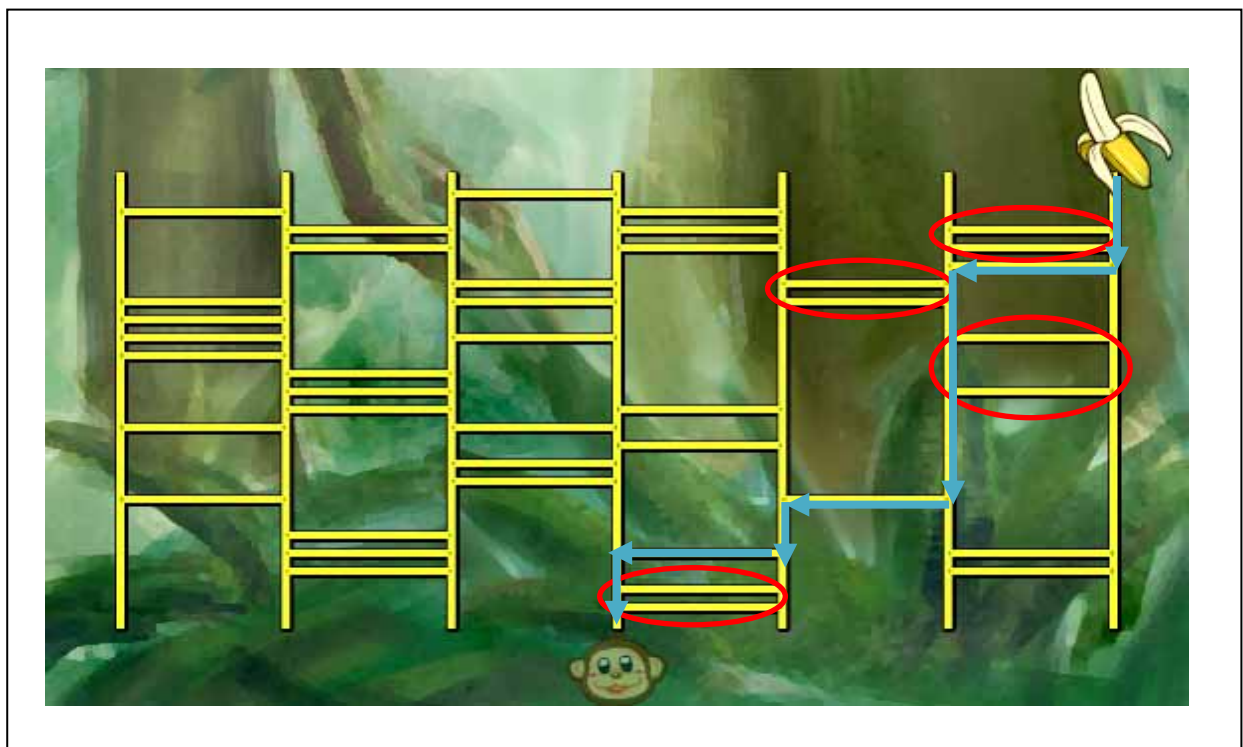
根據上一章研究結果的探討，我們可以得知鬼腳圖是可以簡化的。如下圖所示，不論鬼腳圖的繁雜程度如何，只要將兩相鄰的水平線視為一組，即可直接省略不考慮其交換位置情形，進而達到簡化鬼腳圖的目的。



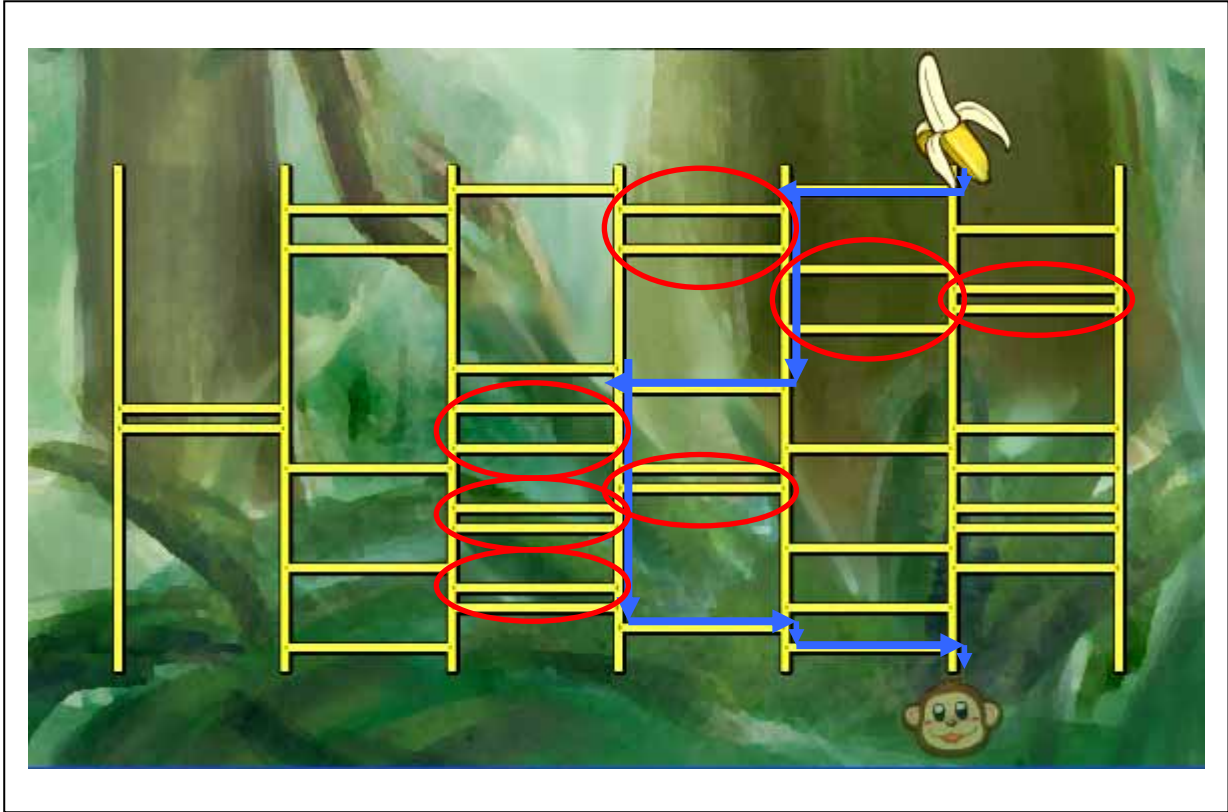
倘若水平線出現奇數條(3、5、7)可直接視為只有一條，因為從研究結果知道，偶數條水平線具有交換性質，會使兩相鄰點回到原本位置，即可降低走鬼腳圖的步驟。



利用研究結果歸納出的鬼腳圖簡化模式，用於電腦遊戲，以提升尋找鬼腳圖的一對一的對應性質的速度。此遊戲為替猴子找到香蕉的位置，香蕉是已知的，故由香蕉所在的地方推論出猴子應該由何處出發才能正確得找到香蕉。往回推論的過程共有 11 條水平線，原本需要 23 步才能完成，經過簡化過程，如圖有標示圈圈所示，可以簡化於 7 步驟完成。



原本需要 37 步才能完成，經過簡化過程，可以簡化於 7 步驟完成。



柒、結論

透過探討本研究之目的，發現「鬼腳圖」具有的特性：唯一性，意即「鬼腳圖」中鉛直線的兩端點，經由水平線的走法後，皆可以完成一對一相對應的情況。簡化性，依據鬼腳圖的走法規則，找出水平線的數量是影響鬼腳圖走法步驟重點，因此利用水平線的數量與兩線端點的交換性，簡化鬼腳圖。

根據上述所提，回顧本研究之目的，便可瞭解「鬼腳圖」具唯一性我們觀察生活中的實例，發現有許多生活實例均運用到「鬼腳圖」的特性，或許這些實例並不是完全採用「鬼腳圖」的型式出現，但其中卻蘊含著「鬼腳圖」的特性，例如動機所提及的分配工作，或是合作學習課程的分組或配對。

最後，由於探討「鬼腳圖」的書籍相當少，故本研究較著重於「鬼腳圖」特性的探討，以達到本研究之目的。另外我們也體認到數學不是只能單純拿著紙筆算算數，更可以透過實際操作去研究數學，在日常生活中遇到一些情境，更可以深入去探究現象背後的原因，或了解其內涵，才能得到有說服力的結論，進而推論到所以相關的情況。

捌、參考資料及其他

1. 王聖諭、吳尚恩、李威、林承翰(民 96)。鬼腳圖。全國第 47 屆中小學科展。臺北。
2. 林義軒、蘇億成(民 93)。鬼南一中。臺灣 2004 國際科學展覽會。臺北。
3. 洪萬生、蘇惠玉、蘇俊鴻、郭慶章(民 103)。數說新語。臺北：開學文化。
4. 歐迪興(民 94)。鬼腳圖的分析。數學傳播，民國 103 年 4 月 28 號，取自國立交通大學應用數學系 http://jupiter.math.nctu.edu.tw/~weng/references/undergraduate/group_present.doc
5. Richard Brown(2014)。30 秒搞懂數學，函數、幾何、微積分沒你想的那麼難。臺北：旗林文化。